CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

NICOLAE COCULESCU

Ediţia a IV-a, 1 decembrie 2007

ziua 2 – secţiunea "Ion Minulescu"

Clasa a IX-a

1. Fie a, b, c lungimile laturilor unui triunghi. Să se calculeze partea întreagă a numărului

$$x = \frac{(a^2 + b^2 + c^2)(a + b + c)}{a^3 + b^3 + c^3}.$$

Costel Anghel

2. Se consideră numărul real $u = 2 + \sqrt{3}$.

a) Să se demonstreze că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, există $a_n, b_n \in \mathbb{N}$, $a_n > b_n$, astfel încât $u^n = a_n u - b_n$.

b) Să se arate că ecuaţia $x^2 - 4xy + y^2 = 1$ are o infinitate de soluţii în $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Florian Dumitrel

3. Determinaţi mulţimile $A \subset \mathbb{N}^*$, cu cel puţin două elemente, având proprietatea că pentru orice $x, y \in A$, $x > y$, rezultă $\dfrac{x - y}{(x, y)} \in A$.

Marius Perianu

4. Fie M un punct in interiorul triunghiului ABC. Se notează $\{D\} = AM \cap BC$, $\{E\} = BM \cap AC$, $\{F\} = CM \cap AB$. Să se determine punctul M pentru care produsul

$$\frac{MA}{MD} \cdot \frac{MB}{ME} \cdot \frac{MC}{MF}$$

are valoarea minimă.

[* * *]

NOTĂ.

1. Timp de lucru 3 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
3. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.