CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

NICOLAE COCULESCU

Ediţia a IV-a, 30 noiembrie 2007

ziua 1 – secţiunea "Radu Greceanu"

Clasa a IX-a

1. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ şi $k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\{kx\} = \{ky\}$ şi $\{(k+1)x\} = \{(k+1)y\}$. Să se arate că $\{nx\} = \{ny\}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

Ovidiu Pop

2. Să se arate că dacă $a, b, c \in (0, \infty)$ şi $3abc = 1$, atunci are loc inegalitatea:

$$\frac{3a^5}{3a^5 + 2bc} + \frac{3b^5}{3b^5 + 2ca} + \frac{3c^5}{3c^5 + 2ab} \geq 1.$$

Costel Anghel

3. Fie ABC un triunghi, punctele $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, iar P şi Q mijloacele segmentelor $[MN]$ şi $[BC]$. Ştiind că PQ este paralelă cu bisectoarea unghiului A, arătaţi că $[BM] \equiv [CN]$.

Gheorghe Duţă

4. Să se demonstreze că pentru orice număr natural $n \geq 2$, există o unică partiţie a mulţimii $\{1, 2, ..., n\}$ în două mulţimi A_1, A_2 astfel încât $[\sqrt{x}] \neq y$, pentru orice $x, y \in A_k$, $k = 1, 2$.

Costin Bădică

NOTĂ.

1. Timp de lucru 3 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
3. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.