

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

NICOLAE COCULESCU

Ediția a IV-a, 30 noiembrie 2007

ziua 1 – secțiunea "Radu Greceanu"

Clasa a VIII-a

1. Se consideră expresia

$$E(x) = \frac{x-2}{x^2-x-2} + \frac{2x-2}{x^3-x^2-x+1} - \frac{x^4+x^2}{x^4-1} + 1, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}.$$

a) Să se aducă la forma cea mai simplă expresia $E(x)$.

b) Determinați a 2008-a cifră după virgulă a numărului $A = \left(\frac{E(4)}{3}\right)^{2008}$.

Ion Țecu, Doru Popescu Anastasiu

2. Fie tetraedrul $SABC$ astfel încât $SA \perp SB \perp SC \perp SA$ și

$$4(S_{SAB} + S_{SAC} + S_{SBC}) \geq AB^2 + AC^2 + BC^2,$$

unde S_{PQR} este aria triunghiului PQR . Dacă M este mijlocul lui $[AB]$, să se determine măsura unghiului format de dreptele SM și BC .

Ion Gușatu

3. Fie x, y numere reale astfel încât $1 < x < 2$ și $2 < y < 3$. Arătați că $2xy - 5x - 3y + 7 < 0$.

Nicolae Stănică

4. Se consideră mulțimea

$$M = \left\{ x \mid x = \sqrt{\frac{a(a+1) + b(b-1)}{b-a}}, \quad 10 \leq a < b \leq 99, \quad a, b \text{ prime} \right\}.$$

Să se determine numărul elementelor mulțimii $M \cap \mathbb{N}$.

Cecilia Diaconescu

NOTĂ.

1. Timp de lucru 3 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
3. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.