CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

NICOLAE COCULESCU

Ediţia a IV-a, 1 decembrie 2007

ziua 2 – secţiunea "Ion Minulescu"

Clasa a X-a

1. Să se determine funcţiile $f:\mathbb{Q}\to\mathbb{R}$ cu proprietatea:

$$f(x+y)+f(x-y)=f(x)+f(y)+f(f(x)-f(y)),\quad \forall\, x,y\in\mathbb{Q}.$$

Mihai Onucu Drîmbe

2. Fie $\mathcal{A}=\{M(x,y)\mid x,y\in A\}$, unde $A=\{\log_n(n+1)\mid n\in\mathbb{N},\ n\geq 3\}$. Să se arate că pentru orice $p\geq 3$, oricum am alege $2p^2+1$ puncte din $\mathcal{A}$, există trei astfel încât aria triunghiului determinat de acestea să fie cel mult $\frac{1}{8p^2}$.

Ion Guşatu

3. Se consideră o funcţie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$.

a) Dacă pentru orice funcţie $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ strict crescătoare rezultă $f+g$ crescătoare, atunci f este crescătoare.

b) Dacă pentru orice funcţie $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ strict crescătoare rezultă fg crescătoare, atunci f este crescătoare.

Cristian Mangra

4. Fie $m,n,p\in\mathbb{N}$ şi $x,y,z\in\mathbb{R}$ astfel încât $2^m x+2^n y+2^p z\geq 0$. Să se arate că

$$2^m(2^x-1)+2^n(2^y-1)+2^p(2^z-1)\geq 0.$$

Cristinel Mortici

NOTĂ.

1. Timp de lucru 3 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
3. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.